

Multiplicación de fracciones

La **multiplicación** (o **producto**) de dos fracciones es la fracción que:

- en el **numerador** tiene el producto de los numeradores.
- en el **denominador** tiene el producto de los denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} = \frac{a \cdot m}{b \cdot n}$$

Ejemplo: multiplicamos las fracciones *dos séptimos* y *cinco tercios*:

$$\frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2}{7} \cdot \frac{5}{3} = \frac{2 \cdot 5}{7 \cdot 3} = \frac{10}{21}$$

La fracción obtenida ya es irreductible.

La división escrita como una multiplicación

Podemos escribir una división de fracciones como una multiplicación de fracciones:

$$\frac{a}{b} : \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{n}{m}$$

Recordad que dividir entre un número es lo mismo que multiplicar por su inverso.

Por ejemplo, como el inverso de 2 es $2^{-1} = \frac{1}{2}$

$$3 : 2 = \frac{3}{2} = 3 \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot 2^{-1}$$

Podemos hacer lo mismo con las fracciones (el inverso de una fracción se obtiene intercambiando numerador y denominador).

Ejemplo:

$$\begin{aligned} \frac{15}{6} : \frac{15}{2} &= \frac{15}{6} \cdot \left(\frac{15}{2}\right)^{-1} = \\ &= \frac{15}{6} \cdot \frac{2}{15} = \frac{15 \cdot 2}{6 \cdot 15} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

Ejemplos con solución

Calcular los siguientes productos de un natural por una fracción:

$$\text{Ejemplo}_1: 6 \cdot \frac{2}{15}$$

El producto se calcula multiplicando el natural en el numerador:

$$6 \cdot \frac{2}{15} = \frac{6 \cdot 2}{15} = \frac{12}{15}$$

Simplificamos el resultado dividiendo entre 3:

$$\begin{array}{c} : 3 \\ \curvearrowright \\ \frac{12}{15} = \frac{4}{5} \\ \curvearrowleft \\ : 3 \end{array}$$

$$\text{Ejemplo}_2: \frac{5}{32} \cdot 7$$

El segundo producto es

$$\frac{5}{32} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{32} = \frac{35}{32}$$

No podemos simplificar el resultado ya que la fracción es irreducible.

Ejemplos de productos de fracciones:

$$\text{Ejemplo}_3: \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{5}$$

Recordad que el producto de fracciones se calcula multiplicando los numeradores y los denominadores en paralelo.

El primer producto es

$$\frac{\mathbf{3} \rightarrow \mathbf{12}}{\mathbf{4} \rightarrow \mathbf{5}} = \frac{\mathbf{3} \cdot \mathbf{12}}{\mathbf{4} \cdot \mathbf{5}} = \frac{\mathbf{36}}{\mathbf{20}}$$

Reducimos la fracción dividiendo dos veces entre 2 (o una vez entre 4):

$$\begin{array}{ccc} & :2 & :2 \\ \curvearrowright & & \curvearrowright \\ \mathbf{36} & \mathbf{18} & \mathbf{9} \\ \hline \mathbf{20} & \mathbf{10} & \mathbf{5} \\ \curvearrowleft & & \curvearrowleft \\ & :2 & :2 \end{array}$$

Ejemplo₄: $\frac{7}{21} \cdot \frac{3}{8}$

El segundo producto es

$$\frac{7}{21} \cdot \frac{3}{8} = \frac{7 \cdot 3}{21 \cdot 8} = \frac{21}{21 \cdot 8}$$

No hemos calculado el producto del denominador porque así es más rápido simplificar (tenemos 21 en el numerador y en el denominador):

$$\frac{21}{21 \cdot 8} = \frac{1}{8}$$

Ejemplos de divisiones de fracciones:

$$\text{Ejemplo}_5: \frac{8}{6} : \frac{3}{9}$$

a división de fracciones se calcula multiplicando numeradores y denominadores en cruz.

La primera división es

$$\frac{8}{6} \cdot \frac{3}{9} = \frac{8 \cdot 3}{6 \cdot 9} = \frac{24}{54}$$

Reducimos la fracción dividiendo entre 2 y entre 3:

$$\frac{24}{54} = \frac{12}{27} = \frac{4}{9} = 4$$

Ejemplo: $\frac{1}{5} : \frac{25}{75}$

La segunda división es

$$\frac{1}{5} : \frac{25}{75} = \frac{1 \cdot 75}{5 \cdot 25} = \frac{75}{125}$$

Simplificamos dividiendo dos veces entre 5:

$$\frac{75}{125} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$$